Edificio del Instituto de Injenieros

Concreto armado

MEMORIA DE SUS CÁLCULOS PRESENTADA

POR

FERNANDO LARRAIN M.

(Continuacion)

Cálculo de la cúpula, arcos i nervios

Cúpula—Fig. 25

El cálculo que sigue demuestra que basta un espesor de 0,08 m para la cúpula. Para facilitar las operaciones hemos supuesto que es de forma esférica, estando su seccion central meridiana limitada por dos arcos de círculo de radio 5,7 m i con una flecha de 1.2 m.

$$\text{Peso propio} = 2\,4000 \left(\left[\frac{d^2}{8} + \frac{h^2}{6} \right] \pi\, h - \left[\frac{d'^2}{8} + \frac{h'^2}{6} \right] \pi\, h' \right) =$$

$$= 2\,400 \left(\left[\frac{\overline{11{,}48}^2}{8} + \frac{\overline{1{,}24}^2}{6} \right] 3{,}14 \times 1{,}24 - \left[\frac{\overline{11{,}32}^2}{8} + \frac{\overline{11{,}6}^2}{6} \right] 3{,}14 \times 1{,}16 \right) =$$

$$= 14\,328 \text{ k.}$$

Este peso es superior al verdadero, porque se ha supuesto que la seccion desde A hasta B es contínua, siendo que en CD hai una claraboya de vidrio.

$$\textit{Peso de la nieve i viento} = 70 \times 7 \times 7 = 3\,430 \text{ k.}$$

$$\text{Total......} = 17\,758 \text{ k.}$$

Cálculo del anillo AB—Fig. 26

$$p = \frac{17\,758}{2 \times 3{,}14 \times 3{,}5} = 808 \text{ k : m c.}$$

p es la reaccion vertical por metro corrido.

$$F = Q \times r.$$

F es el esfuerzo total de traccion en el anillo AB. Q el empuje horizontal por metro corrido.

De los triángulos semejantes:

$$\frac{A\,m}{A\,n} = \frac{A\,B}{O\,B}; \quad \frac{p}{Q} = \frac{r}{\rho - f}$$

$$r\,Q = p\,(\rho - f)$$

$$r\,Q = F$$

$$F = 808\,(5{,}7 - 1{,}2) = 3636$$

Este esfuerzo es resistido por un perfil

$$\frac{\text{N. P.}}{\omega = 11 \text{ cm}^2}; \qquad \text{Fig. 27}$$

$$T = \frac{3636}{11} = 330 \text{ k : cm}^2$$

Para las armaduras trasversales, que están en la direccion de los paralelos, se ha adoptado barras de 6 mm, colocadas a 20 cm de distancia. (Distribucion del profesor Espitalier).

En CD se ha colocado otro $\frac{\text{N. P.}}{\omega = 11 \text{ cm}^2}$; resiste esfuerzos de compresion, menores que los de AB. La compresion es:

$$F = Q\, r' \;;\ \text{siendo } r' < r$$

Verificacion de la compresion del concreto

$$N = \frac{\rho\, p}{r} = \frac{5{,}7 \times 808}{3{,}5} = 1\,316 \text{ k.}$$

La loza resiste:

$$100 \times 8 \times 30 = 24\,000 \text{ k.}$$

Verificacion del esfuerzo de flexion—Fig. 28

Hemos dividido la cúpula en dos superficies esféricas, limitadas superficialmente por los arcos a_1 i a_2 ; a_2 ha sido tomado $= 1$ m.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1{,}9}{3{,}5} ;\ a_1 = 0{,}54$$

Peso del prisma triangular esférico

$$p_1 = \frac{1}{2}\, a_1\, l \times e \times 2\,400 = 129 \text{ ks. (valor aproximado)}$$

$$e = 0{,}08 \qquad\qquad l = 2{,}5$$

$$p_2 = \frac{1}{2}\,(1 + 0{,}54)\ 2{,}5 \times 0{,}08 \times 2\,400 = 535 \text{ k.}$$

Peso de viento i nieve

$$p'_1 = \frac{1}{2} \times 0{,}54 \times 2{,}5 \times 70 = 47 \text{ k.}$$

$$p'_2 = \frac{1}{2}\,(1 - 0{,}54)\ 2{,}5 \times 70 = 134 \text{ k.}$$

Cargas totales

$$P_1 = p_1 + p'_1 = 176 \text{ k.}$$

$$P_2 = p_2 + p'_2 = 370 \text{ k.}$$

Para obtener el momento máximo de flexion puede trazarse la curva de las presiones. La distancia máxima entre esta curva i el eje meridiano de la cúpula es 0,20 m. Fig. 29.

$$M_{max} = 0{,}20 \times 590 = 118 \text{ kgm.}$$

Verificacion

Altura disponible del concreto...... $= 0{,}06$ cm

Altura útil (Espitalier)................ $= \frac{8}{9} \cdot 0{,}06$

5,33 cm.

Fuerza de traccion de las barras

$$\frac{11\,800}{5{,}53} = 2\,214 \text{ k.}$$

Se ha colocado 5 barras de 10 cm por metro corrido.

II) Arcos soportes de la cúpula.—Fig. 30

La cúpula descansa sobre 4 arcos, proyectados en II. En el proyecto del arquitecto debió colocarse en los puntos I cuatro pilares que llevaran las reacciones verticales hasta el suelo.

Esto no se pudo conseguir probablemente por la estrechez del terreno adquirido para el edificio, i en el primer piso el pilar habria quedado en falso; no hemos creido prudente proyectar una consola, por tratarse de la reaccion de un peso que viene de mucha altura, i por ser uno de los puntos mas importantes del edificio. La solucion que se adoptó fué la siguiente: Los arcos terminan en la segunda galeria, estando sus arranques encima de la baranda de esa galeria; hemos prolongado las dos barandas, ya citadas, hasta el cuarto muro trasversal, i en direccion al fondo, hasta la pared medianera. Esta baranda ha sido calculada como una viga que soporta las reacciones de los arcos.

Los triángulos esféricos que forman las pechinas (I C C de la proyeccion, trasmiten el peso de la cúpula como carga uniformemente repartida; sin embargo, para mayor seguridad, se ha supuesto vigas I en m n.

Sobrecarga

Cada arco soporta la cuarta parte del peso de la cúpula i su peso propio.

Peso de la cúpula por metro corrido.—Fig. 31

$$\frac{0,2+1,8}{2} \times \frac{3,5}{3,5} \times 0,15 \times 2\,400 = 360 \text{ k.}$$

$$\text{Peso total} = 1\,168 \text{ k.}$$

$$\text{Empuje en la clave} = Q = \frac{1}{2}\,\frac{p\,r^2}{f} = \frac{1}{2} \times \frac{1\,168 \times \overline{3,5}^2}{1,8} = 3\,971 \text{ k.}$$

Reaccion vertical de los arranques

$$R = p\,r = 1\,168 \times 3,5 = 4\,088 \text{ k.}$$

Reaccion horizontal de los arranques

$$Q = 3\,971 \text{ k.}$$

Momentos

$$m = Q\,(Z - y)$$

Z = ordenadas de los centros de presion.
x = abscisas de los centros de presion i del eje meridiano.
y = ordenadas de los centros del eje meridiano.

$$Z = \frac{f}{r^2}\,(r^2 - x^2) = 0,14\,(r^2 - x^2)$$

Esta parábola se llega a obtener con los valores siguientes:

Para x = 0,50	Z = 1,68
» = 1,00	» = 1,57
» = 1,50	» = 1,40
» = 2,00	» = 1,15
» = 2,50	» = 0,84
» = 3,00	» = 0,45
» = 3,50	» = 0,00

Con los valores de y se puede construir la curva central del arco, i deducirse el valor de Z—y máximo = — 0,50 m, que corresponde a la abscisa 2,76 m.

$$M = 0{,}50 \times 3\,971 = 1\,985 \text{ kgm.}$$

Altura útil del concreto = 0,77 m.—Fig. 32

$$\text{Brazo de palanca: } \frac{8}{9} \,.\, 80 = 71 \text{ cm.}$$

$$F = \frac{198550}{71} = 2\,796 \text{ k.}$$

Valor que es resistido con 3 barras de 15 mm.

Cizalle horizontal en los arranques

$$Q = 3\,971 \text{ ks.}$$

$$\omega = 15 \times 40 + 15 \times 9 \times 1{,}77 = 839 \text{ cm}^2 \,.$$

$$\tau_0 = \frac{3\,971}{839} = 4{,}7 \text{ k : cm}^2 \,.$$

Compresion del concreto en la clave.—Fig. 33

$$\delta_c = \frac{3\,971}{539} = 7 \text{ k: cm}^2 \,.$$

Nervios L. (II del cróquis, barandas de la galeria superior).—Fig. 34

Solicitacion:

$$P_1 = 2 \times 4\,088 = 8\,176 \text{ k.}$$

Peso del nervio por m c.

$$P_2 = 0{,}88 \times 0{,}30 \times 2\,400 = 634 \text{ k.}$$

Reaccion de la galeria superior

$$P_3 = \frac{740 \times 1{,}3}{2} = 481 \text{ k.}$$

Reaccion del nervio U:

$$P_4 = \frac{(0{,}2 \times 1{,}65 + 0{,}8 \times 0{,}1)\; 2\,400 \times 7}{2} = 3\,444 \text{ k.}$$

Momentos

$$M P_1 = 8\,176 \times 1{,}3 = 10\,616 \text{ Kg.}$$

$$M\,(P_2 + P_3) = \frac{1}{8} \times 1\,115 \times \overline{9{,}6}^2 = 12\,844 \text{ Kg.}$$

$$M\,P_4 = \frac{3\,444 \times 8{,}3}{9{,}6} \times 1{,}3 = 3\,870 \text{ Kg.}$$

$$M_{total} = 27\,330 \text{ Kg.}$$

Reacciones sobre los pilares

$$\text{De } P_1 = 8\,176 \text{ K.}$$

$$\text{De } P_2 = 634 \times \frac{9{,}6}{2} = 3\,043 \text{ K.}$$

$$\text{De } P_3 = 481 \times \frac{9{,}6}{2} = 2\,309 \text{ K.}$$

$$\text{De } P_4 = \frac{3\,444 \times 8{,}3}{9{,}6} = 2\,977 \text{ K.}$$

$$\text{Total} \quad R = 16\,973 \text{ K.}$$

Verificacion.—Fig. 35

Fórmulas:

$$x = \frac{-m\,(\omega a' + \omega a)}{b} + \sqrt{\left[\frac{m\,(\omega a' + \omega a)}{b}\right]^2 + \frac{2\,m}{b}\,(h\,\omega'_a + h'\,\omega_a)}$$

Tasa del concreto. $$R_b = \frac{6\,M\,x}{b\,x^2\,(3\,h - x) + 6\,\omega_a\,m\,(x - h')\,(h - h')}$$

Armaduras............ Tendidas: $R_{a'} = \dfrac{R_b\,(h - x)\,m}{x}$

Comprimidas: $R_a = \dfrac{R_b\,(x - h')\,m}{x}$

$\omega_a = 28{,}28$ cm²	$h' = 4{,}5$ cm
$\omega_{a'} = 37{,}68$ »	$h = 83$ »
$m = 15$ »	$b = 30$ »

$$x = \frac{-15\,(28{,}28 + 37{,}68)}{30} + \sqrt{\left(15\,\frac{21{,}20 + 37{,}68}{30}\right)^2 + \frac{2 \times 15}{30}\,(83 \times 37{,}68 + 4{,}5 \times 28{,}28)}$$

$$= -32{,}98+65{,}89 = 32{,}91 \text{ cm.}$$

$$R_b = \frac{6\times 2733000\times 32{,}91}{30\times\overline{32{,}91}^{2}(3\times 83-32{,}91)+6\times 28{,}28\times 15\,(32{,}91-4{,}5)\,(83-4{,}5)} =$$

$$= \frac{539\,658\,180}{12\,697\,669} = 41{,}7 \text{ K : cm}^2.$$

$$R_a = \frac{41{,}7\,(83-32{,}91)\times 15}{32{,}91} = 952 \text{ K : cm}^2.$$

$$R_a = \frac{41{,}7\,(32{,}91-4{,}5)\times 15}{32{,}91} = 540 \text{ K : cm}^2.$$

Cizalle:

$$\tau_0 = \frac{16973}{30\,(83-10{,}97)} = 7{,}8 \text{ K : cm}^2.$$

Adherencia:

$$\tau_1 = \frac{30\times 7{,}8}{75{,}36} = 3{,}1 \text{ K : cm}^2.$$

El exceso de la tasa por cizalle se ha contrarrestado por los mismos métodos con que se hizo anteriormente.

Esfuerzos de corte.—Fig. 36

El esfuerzo de corte máximo entre las secciones M i N es:

$$T + T_2 + T_3 + T_4 = 4\,374 \text{ K.}$$

La tasa máxima al cizalle entre esos puntos es:

$$T_k = \frac{4\,374}{2\,173} = 2 \text{ K : cm}^2.$$

Esto demuestra que solo se necesita horquillas, para satisfacer el cálculo, entre las secciones A i M, i B i N. La distancia entre esos puntos es 1,3 m.

Suponiendo constante el esfuerzo de corte en la parte del nervio anterior a K', (suposicion que se acerca mucho a la realidad, ya que es aproximada sólo en los casos de P_2 i P_3) se tiene que las horquillas resistirán un esfuerzo de cizalle correspondiente al exceso del esfuerzo de corte en la porcion A K (1,3 de largo por 0,3 de ancho).

$$V_c = 130 \times 30\ (7{,}8 - 4{,}5) = 13\,650\ \text{K.}$$

$$f_c = \frac{13\,650}{806} = 17\ \text{cm}^2\,.$$

$$n = \frac{17}{1{,}5} = 11\ \text{horquillas. Fig. 37}$$

Nervio J

Solicitacion:

$$p_4 = \frac{2 \times 3\,444}{7} = 984\ \text{K : m c.}$$

$$M = \frac{984 \times \overline{7}^2}{10} = 4\,822\ \text{Kgm.}$$

$$R = 3\,444\ \text{K.}$$

Verificacion. - Fig. 38

$$m = \frac{20 \times 82}{14{,}14} = 117.$$

$$x = 0{,}395 \times 83 = 32{,}78\ \text{cm.}$$

$$\delta_b = 5{,}895\ \frac{482\,200}{20 \times 83^2} = 21\ \text{K : cm}^2\,.$$

$$\delta_e = 23{,}409 \times 21 = 492\ \text{K : cm}^2\,.$$

Cizalle:

$$\tau_0 = \frac{3\,440}{20\ (83 - 10{,}92)} = 2{,}3\ \text{K : cm}^2\,.$$

$$\tau_1 = \frac{2{,}3 \times 20}{8 \times 3{,}14 \times 1{,}5} = 1{,}2\ \text{K : cm}^2\,.$$

Pilar soporte de la cúpula.—Fig. 39

Resiste la reaccion total, ya encontrada, de 16 973 K.
I su peso propio $= 0{,}30 \times 0{,}30 \times 14 \times 2\,400 =$ 3 024 »

Total = 19 997 K.

$$\tau = \frac{19\,997}{30 \times 30 + 15 \times 4 \times 3{,}14} = 19 \text{ K : cm}^2 .$$

Respecto al trabajo del concreto en la fundacion, se puede estar seguro de su estabilidad conveniente, seguridad que se deduce de la comparacion con los pilares anteriores.

$$\text{Tasa del suelo:} \quad = \frac{19\,997}{10\,000} = 2 \text{ K : cm}^2 .$$

Nervio K. (2.ª baranda de la galeria)

Solicitacion:

Peso propio = 300 K : m c.
Sobrecarga = 500 » »

Total = 800 K : m c.

$$M = \frac{1}{10} \times 800 \times 7^2 = 3\,920 \text{ Kgm.}$$

$$R = \frac{800 \times 7}{2} = 2\,800 \text{ K.}$$

Verificacion (Cuadros del Pliego).—Fig. 40

$$h - a = 0{,}39 \sqrt{\frac{392000}{15}} = 80 \text{ cm.}$$

$$f_e = 7 \text{ cm}^2 .$$

4 barras de 15 mm.

Cizalle:

$$x = 30 \text{ cm.}$$

$$\tau_0 = \frac{2800}{15 \times 70} = 2{,}6 \text{ K : cm}^2 .$$

Adherencia:

$$\tau_1 = \frac{15 \times 2{,}6}{4 \times 1{,}5 \times 3{,}14} = 2 \text{ K : cm}^2 .$$

Escaleras.—Fig. 41

Sobrecarga $= 600$ K : m c.
Peso propio $= 370$ » »

Total $= 970$ K : m c.

Están apoyadas lateralmente, siendo la luz entre los muros de los lados 1,6 m.

$$M = \frac{1}{8} \times 970 \times \overline{1{,}6}^2 = 311 \text{ Kgm.}$$

$$R = \frac{970 \times 1{,}6}{2} = 776 \text{ K.}$$

$$h - a = \sqrt{\frac{31\,100}{100}} = 7 \text{ cm}$$

$$f_e = 0{,}00293 \sqrt{31\,100 \times 100} = 5{,}27 \text{ cm}^2$$

7 barras de 10 mm por metro corrido.

$$x = 0{,}375\,(h - a) = 2{,}6 \text{ cm.}$$

$$\tau_0 = \frac{776}{100\,(7 - 0{,}86)} = 1{,}25 \text{ K : cm}^2$$

$$\tau_1 = \frac{100 \times 1{,}25}{21{,}98} = 5{,}7 \text{ K : cm}^2 .$$

La tasa por adherencia es un poco superior a la admitida por el pliego; no hemos encontrado necesario aumentar el número de barras porque estas están proyectadas dobladas, como lo indica la figura 42, solucion mui favorable para la adherencia.

(*Continuará*).